

**XXVIII CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
BUENOS AIRES, ARGENTINA, SEPTIEMBRE DE 2018**

**ECUACIONES PARA EL COEFICIENTE DE PÉRDIDA DE ENERGÍA EN
DISPOSITIVOS DE AMPLIACIÓN DEL DIÁMETRO**

*José J. Villegas-León^{1,2}, Alvaro A. López-Lambraño^{1,2,3}, Alvaro López-Ramos⁴
y Carlos Fuentes⁵*

¹*Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd Benito Juárez s/n, Mexicali, B.C., México, C.P. 21280.*

²*Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Universidad Autónoma de Baja California, carretera transpeninsular Tijuana-Ensenada, número 3917, Colonia Playitas, Ensenada, B.C., México, C.P. 22860.*

³*Hidrús S.A de CV. Frac. San Mateo, Corregidora, Querétaro, 76912, México.*

⁴*Escuela de Ingenierías y Arquitectura, Facultad de ingeniería Civil, Universidad Pontificia Bolivariana-Seccional Montería, Km 8. Vía a Cereté, Montería, Córdoba, Colombia.*

⁵*Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnahuac 8532, Progreso, 62550 Jiutepec, Morelos, México. E-mails: juan.villegas@uabc.edu.mx, alopezl@uabc.edu.mx, alopezramos@hotmail.com, cbfuentesr@gmail.com*

RESUMEN:

En este artículo se presentan ecuaciones para calcular el coeficiente de pérdidas en dispositivos de ampliación brusca y gradual del diámetro, basándose en metodologías reportadas en la literatura que proporcionan valores distintos del coeficiente de pérdidas y, además, demandan la utilización de tablas y gráficos. En casos de estudio, las ecuaciones resultaron ser útiles y prácticas para estimar el coeficiente de pérdidas, generando valores promedio de pérdidas de energía y evitando el uso de tablas y gráficos, por lo cual pueden ser utilizadas con amplia fiabilidad para ahorrar tiempo en el diseño, revisión y modelación hidráulica de los sistemas presurizados.

ABSTRACT:

In this article equations are presented to calculate the coefficient of losses in devices of sudden and gradual expansion of the diameter, based on methodologies reported in the literature that provide different values of the coefficient of losses and, in addition, demand the use of tables and graphs. In cases of application, the equations turned out to be useful and practical to estimate the loss coefficient, generating average values of energy losses and avoiding the use of tables and graphs, so they can be used with wide reliability to save time in the design, review and hydraulic modeling of pressurized systems.

PALABRAS CLAVES: pérdida de energía, ampliación del diámetro, coeficiente de pérdidas

INTRODUCCIÓN

La importancia de la presente investigación radica en solventar la necesidad de agilizar la estimación del coeficiente de pérdidas de energía en la ampliación del diámetro, contemplando diversas metodologías existentes que demandan la utilización de gráficos y tablas, debido a la alta utilización de este dispositivo en la construcción de las conducciones que operan a presión o bajo régimen forzado (Rend et al., 2013; Bae and Kim, 2014).

El hombre ha construido en diferentes épocas, diversas obras hidráulicas para cubrir sus necesidades, donde se utilizan conductos de sección circular que trabajan con circulación forzada y que consideran el uso de diversos accesorios que causan pérdidas de energía en el fluido. Estos accesorios forman parte de las conducciones para unir tramos de ésta, para ajustarse a los accidentes topográficos del terreno y a las necesidades del proyecto, así como a los cambios que se presentan en la geometría de la sección transversal y a los distintos dispositivos para el control de la descarga (Sotelo, 2013); dentro de la variedad de tipos de accesorios, con frecuencia se utilizan los accesorios de ampliación del diámetro (Bae y Kim, 2014).

Las pérdidas de energía que experimenta el fluido en una conducción forzada, ocurren cuando éste fluye a través de un conducto de sección constante y también, cuando se obstruye o modifica el flujo. Las primeras son las debidas a la fricción con las paredes del conducto, que también son conocidas por rozamiento o primarias (CFE, 1983). Las segundas se producen de forma localizadas en el cambio de la geometría o alteración del flujo y a ellas se les conoce como pérdidas menores o locales (Sotelo, 2013). En éstas últimas se abunda el estudio y particularmente en las producidas por la ampliación del diámetro.

Los dispositivos de ampliación del diámetro se utilizan en condiciones bruscas y graduales. Cuando un fluido circula por una conducción de menor diámetro a una mayor, como sucede en una ampliación brusca, su velocidad disminuye repentinamente, dando lugar a la formación de turbulencias que a su vez originan pérdidas de energía en el fluido (Mott, 2006). Sin embargo, cuando el flujo pasa a través de una ampliación gradual, el fenómeno de perturbación del flujo es similar a la condición brusca, pero la pérdida de energía ocurre en menor magnitud y tiene relación directa con la suavidad con que se produce dicha ampliación (Cengel y Cimbala, 2006).

Investigaciones recientes como las realizadas por Pinho et al. (2003), Binding et al. (2006), Rend et al. (2013), Bae and Kim (2014) y Hendrix et al. (2017) indican la importancia que persiste de evaluar las pérdidas de energía que genera una ampliación del diámetro. Pese a diversas investigaciones reportadas en la literatura no se ha establecido un valor estándar del coeficiente de pérdidas (ξ) para utilizar en dispositivos de ampliación brusca o gradual del diámetro, permitiendo obtener valores diferentes mediante una metodología u otra, bajo la exploración de gráficos y tablas con resultados experimentales.

Ante esta necesidad, el objeto principal de esta investigación es la obtención de ecuaciones que permitan estimar un valor promedio del coeficiente ξ para dispositivos de ampliación brusca y gradual del diámetro, a partir de una selección de metodologías reportadas en la literatura para este fin, y así determinar las pérdidas de energía de forma rápida, práctica e imparcial.

PÉRDIDAS DE ENERGÍA LOCALES

De acuerdo a la literatura especializada en el tema como Bariviera et al. (2013), Sabersky et al. (1999), Sotelo (2013), Streeter (2000), USACE (1980), USBR (1985), Yildirim and Singh (2010), entre otros, se establece que el estudio de las pérdidas de energía en la ampliación del diámetro se clasifica en ampliación brusca y ampliación gradual, y sus pérdidas se determina con la siguiente expresión:

$$h_L = \xi \frac{V^2}{2g} \quad [1]$$

donde: h_L es la pérdida de carga (m); V es la velocidad media de circulación en el conducto de menor diámetro (m/s); g es la aceleración de la gravedad (m/s^2); ξ es un coeficiente de pérdidas del dispositivo (adimensional), que se obtiene mediante tablas y gráficos provenientes de resultados experimentales (Bae and Kim, 2014).

ECUACIONES DEL COEFICIENTE ξ

Para la estimación del coeficiente de pérdidas en la ampliación brusca, se seleccionaron los métodos que se establecen en Archer (1913); Brater et al. (1996); CFE (1983); Fox et al. (2006); Miller (1978); Munson et al. (1998); Streeter (1961); Trueba (1986); y USACE (1980); en los cuales se emplean tablas y gráficos para obtener el coeficiente en función de la relación del área menor con respecto al área mayor del dispositivo (A_1/A_2). Mediante cada método se determinaron valores del coeficiente de pérdidas para una relación de A_1/A_2 de 0 a 1, con los cuales se obtuvieron valores promedio (ξ_{AB}). Utilizando los valores de ξ_{AB} se trabajó con regresión lineal múltiple, donde se seleccionó una curva de ajuste y su ecuación es la que se propone para estimar el coeficiente de pérdidas de este dispositivo, la cual se escribe como sigue:

$$\xi_{AB} = 0.99906174 + 0.13856654 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{0.5} - 2.4035102 \left(\frac{A_1}{A_2}\right) + 1.6373483 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 0.37144824 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^3 \quad [2]$$

dónde: ξ_{AB} es el coeficiente de pérdidas para una ampliación brusca del diámetro; A_1/A_2 es la relación del área menor con respecto al área ampliada. Esta ecuación puede utilizarse ampliamente con un coeficiente de determinación (r^2) de 0.999 sobre los valores promedio, para un rango de $0 \leq A_1/A_2 < 1$.

Por otra parte, para estimar el coeficiente de pérdidas de la ampliación gradual se seleccionaron y analizaron los métodos expuestos en Brater et al. (1996); CFE (1983); Gibson (1910); Henry (1944); King et al. (1981); Mataix (2010); Miller (1978); Parker (1925); Sabersky et al. (1999); Sotelo (2013); Streeter (2000); Trueba (1986); USACE (1980); y White (2008); con los que se trabajó de forma similar al dispositivo de condición brusca, hasta obtener una ecuación que determina el coeficiente de pérdidas de éstos dispositivos (ξ_{AG}).

Primeramente, se estimaron valores del coeficiente de pérdidas mediante las tablas y gráficos expuestos en cada uno de los métodos, considerando que la relación del diámetro mayor con respecto al menor (d_2/d_1) toma valores de 1 a 10 y se presenta un ángulo de ampliación (θ) de 5 a 90°. Con ello se procedió a obtener valores promedio para el caso donde la relación d_2/d_1 toma valores de 1 a 10 y la magnitud del ángulo de ampliación es de 5°, los cuales se clasificaron como ξ_{AG1} . De forma similar se obtuvieron valores promedio del coeficiente de pérdidas para la misma relación de diámetros, pero cuando el ángulo θ vale 10, 20, 30, 40, 60, 80 y 90°, mismos que se clasificaron como ξ_{AG2} , ξ_{AG3} , ξ_{AG4} , ξ_{AG5} , ξ_{AG6} , ξ_{AG7} y ξ_{AG8} , respectivamente.

Empleando el conjunto de valores de cada una de las 8 clasificaciones de ξ_{AG} , se procedió a trabajar mediante regresión lineal múltiple, donde se definió una sola curva de ajuste para los valores de las 8 clasificaciones, resultando una aproximación diferente para cada una de ellas. De forma general, la ecuación de dicha curva de ajuste se puede escribir como:

$$\xi_{AG} = A + \frac{B}{(d_2/d_1)} + \frac{C}{(d_2/d_1)^2} + \frac{D}{(d_2/d_1)^3} \quad [3]$$

dónde: ξ_{AG} es el coeficiente de pérdidas para una ampliación gradual del diámetro (adimensional); A, B, C, D son coeficientes que varían en cada una de las clasificaciones de ξ_{AG} , porque dependen del ángulo de la ampliación θ . Debido a ello se trabajó también hasta obtener una ecuación para estimar cada coeficiente en función del ángulo θ . Al sustituir en la ecuación [3] las ecuaciones obtenidas para los coeficientes A, B, C y D, resulta la ecuación que se propone para

estimar el coeficiente de pérdidas de dispositivos de ampliación gradual, la cual se escribe de la siguiente forma:

$$\xi_{AG} = \alpha_1 + \beta_1\theta^{0.5} + \delta_1\theta + \eta_1\theta^2 + \lambda_1\theta^{2.5} + (\alpha_2 + \beta_2\theta^{0.5} + \delta_2\theta + \eta_2\theta^2 + \lambda_2\theta^{2.5})/(d_2/d_1) + (\alpha_3 + \beta_3\theta^{0.5} + \delta_3\theta + \eta_3\theta^2 + \lambda_3\theta^{2.5})/(d_2/d_1)^2 + (\alpha_4 + \beta_4\theta^{0.5} + \delta_4\theta + \eta_4\theta^2 + \lambda_4\theta^{2.5})/(d_2/d_1)^3 \quad [4]$$

donde ξ_{AG} es el coeficiente de pérdidas de una ampliación gradual del diámetro; θ es ángulo de la ampliación (grados); d_2/d_1 es la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor del dispositivo; α_n , β_n , δ_n , η_n y λ_n , desde n_1^4 , son coeficientes cuyos valores se indican en la tabla 1. Esta ecuación es válida en los rangos $1 < d_2/d_1 \leq 10$ y $5^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, para obtener un coeficiente $r^2 = 0.997$ sobre los valores promedio.

Tabla 1.- Coeficientes de la ecuación [3]

n	1	2	3	4
α_n	1,31221530	-0,92042755	-1,91863640	1,51712240
β_n	-0,94719809	0,64549086	1,39516460	-1,08444060
δ_n	0,21212720	-0,12629261	-0,34315859	0,25534820
η_n	-0,00304461	0,00233113	0,00466959	-0,00392553
λ_n	0,00018315	-0,00015997	-0,00026776	0,00024268

VALIDACIÓN DE LAS ECUACIONES

En esta parte se presentan dos casos de estudio para mostrar la utilidad y practicidad de las ecuaciones [2] y [4] en la estimación de valores del coeficiente pérdidas, los cuales son usados en la ecuación [1] para obtener las pérdidas de energía en los dispositivos de ampliación del diámetro.

En el caso 1, un flujo de agua con carga constante circula por una tubería recta a una velocidad media de 2.75 m/s. En dicha tubería se requiere instalar una ampliación brusca del diámetro, que podría presentar relaciones A_1/A_2 de 0 a 1.0. Bajo este escenario, se estimaron las pérdidas de energía que produce el dispositivo, utilizando las ecuaciones [1] y [2] y mediante las metodologías indicadas en Archer (1913); Brater et al. (1996); CFE (1983); Fox et al. (2006); Miller (1978); Munson et al. (1998); Streeter (1961); Trueba (1986); y USACE (1980). En la figura 1 se ilustra el comportamiento de las pérdidas de energía obtenidas para este escenario.

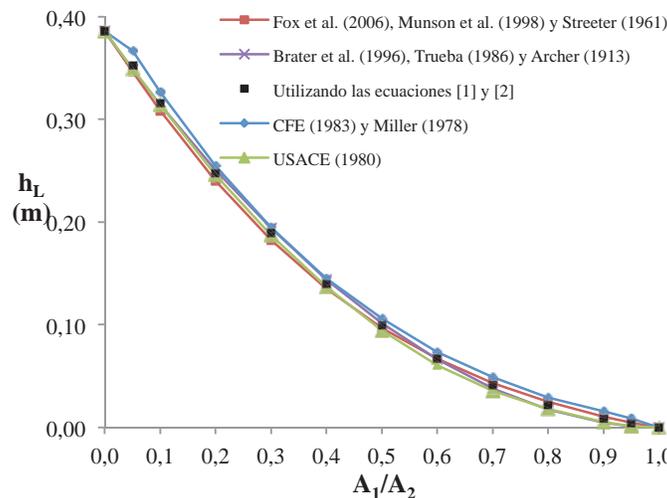


Figura 1.- Pérdidas de energía estimadas para la ampliación brusca del diámetro, bajo las consideraciones dadas en el caso de estudio 1.

En la figura anterior, se observa poca discrepancia entre las pérdidas de energía obtenidas mediante las metodologías de la literatura, así como también que, los valores de pérdidas estimados con las ecuaciones [1] y [2], tienden al promedio entre las pérdidas máximas y mínimas. Por ejemplo, cuando la relación $A_1/A_2 = 0.2$, respecto a las pérdidas estimadas utilizando la ecuación propuesta, mediante CFE (1983) y Miller (1978) las pérdidas de energía resultan +0.018 m, mientras que, con Fox et al. (2006); Munson et al. (1998); y Streeter (1961), las pérdidas surgen de -0.020 m. Sin embargo, cuando $A_1/A_2 = 0.8$, por medio de CFE (1983) y Miller (1978) las pérdidas de energía también se originan de +0.018 m, entretanto que, a través Brater et al. (1996); Trueba (1986); y Archer (1913), las pérdidas de energía se derivan de -0.013 m.

Por otra parte, en el caso 2, un flujo de agua con carga constante circula por una tubería recta a una velocidad media de 2.90 m/s. En dicha tubería se requiere instalar una ampliación gradual del diámetro con un ángulo $\theta = 30^\circ$, que podría presentar relaciones d_2/d_1 de 1 a 10. Bajo este marco, se estimaron las pérdidas de energía que produce el dispositivo, utilizando las ecuaciones [1] y [4] y mediante las metodologías indicadas en Brater et al. (1996); CFE (1983); Gibson (1910); Henry (1944); King y Brater (1981); Mataix (2010); Miller (1978); Parker (1925); Sabersky et al. (1999); Sotelo (2013); Streeter (2000); Trueba (1986); USACE (1980); y White (2008). En la figura 2 se ilustra el comportamiento de las pérdidas de energía obtenidas para este caso de estudio.

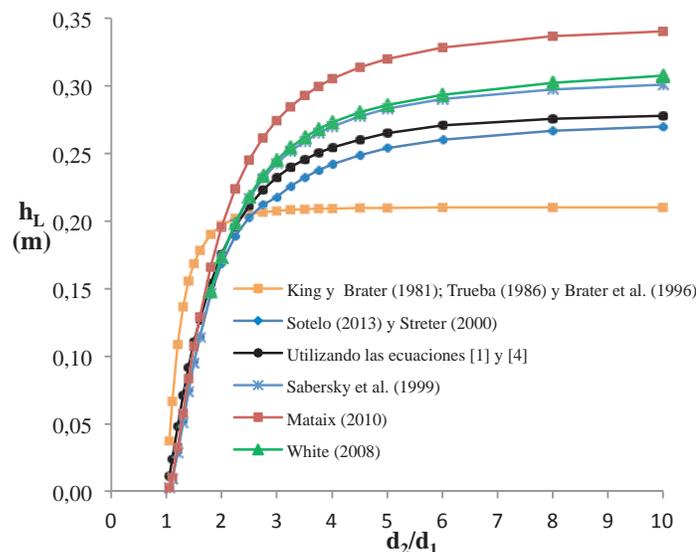


Figura 2.- Pérdidas de energía estimadas para la ampliación gradual del diámetro, bajo las consideraciones dadas en el caso de estudio 2.

En la figura 2, se aprecia que las pérdidas de energía obtenidas por medio de los métodos de la literatura, presentan mayor congruencia en el rango de $1 \leq d_2/d_1 \leq 2$, excepto los valores obtenidos con King y Brater (1981); Trueba (1986) y Brater et al. (1996), los cuales resultaron mayores. No obstante, a partir de $d_2/d_1 > 2$, los valores de pérdidas son más discrepantes entre un método u otro, manteniéndose la afinidad entre los valores de pérdidas dados por Sabersky et al. (1999) y White (2008). Además, también se muestra que los valores de pérdidas de energía evaluados mediante la ecuación [1] y [4], se inclinan al promedio entre las pérdidas máximas y mínimas. Respecto a las pérdidas obtenidas con las ecuaciones en mención, las diferencias máximas se presentan ante valores estimados con King y Brater (1981); Trueba (1986) y Brater et al. (1996), resultando de +0.065 m en $d_2/d_1 = 1.30$, así como -0.068 m en $d_2/d_1 = 10$.

A través de los escenarios de estudio se ha demostrado la utilidad y practicidad de las ecuaciones propuestas [2] y [4] para estimar el coeficiente de pérdidas, que permitieron obtener valores de pérdidas de energía mediante la ecuación [1], con una tendencia al promedio de las pérdidas estimadas con las metodologías de la literatura. Esto concede evitar la exploración y manipulación de documentos, facultando ahorrar tiempo en el diseño y revisión de los sistemas presurizados.

CONCLUSIONES

Se ha constatado que utilizando un método u otro sugerido en la literatura, se obtienen distintos valores del coeficiente ξ para la ampliación brusca y gradual del diámetro, por consiguiente, diferentes cantidades de pérdidas de energía, lo cual será más notable en proporción al número de dispositivos de un sistema. En contraste, las ecuaciones [2] y [4] que se proponen para estimar el coeficiente de pérdidas en los dispositivos estudiados, resultaron ser efectivas aplicadas en la ecuación [1] para obtener las pérdidas de energía, generando valores promedio de las metodologías analizadas, con una determinación de 0.999 y 0.996, respectivamente. A diferencia de los métodos tradicionales, dichas ecuaciones evitan la exploración de gráficos y tablas para calcular el coeficiente de pérdidas de una ampliación brusca y de una ampliación gradual, introduciendo solo parámetros geométricos del dispositivo. Por lo tanto, estas ecuaciones pueden ser utilizadas con amplia fiabilidad para ahorrar tiempo en el diseño, revisión y modelación hidráulica de las conducciones forzadas, de forma segura, rápida y práctica.

REFERENCIAS

- Archer, W.H.** (1913). "Loss of Head Due to Enlargements in Pipes". *Transactions ASCE*, 76, 999-1026.
- Bae, Y. and Y. Kim** (2014). "Prediction of local loss coefficient for turbulent flow in axisymmetric sudden expansions with a chamfer: Effect of Reynolds number". *Journal Annals of Nuclear Energy*, 73, 33-38.
- Bariviera, D., Frizzone, J.A. and N.O. Rettore** (2013). "Dimensional analysis approach to estimate local head losses in microirrigation connectors". *Journal Irrigation Science* 32(3), 169-179.
- Binding, D.M., Phillips, P.M. and T.N. Phillips** (2006). "Contraction/expansion flows: The pressure drop and related issues". *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 137, 31-38.
- Brater, E.F., King, H.W., Lindell, J.E. and C.Y. Wei** (1996). *Handbook of Hydraulics, 7th ed.* Mc Graw-Hill, USA.
- Cengel, Y.A. y J.M. Cimbala** (2006). *Mecánica de fluidos, Fundamentos y Aplicaciones.* Editorial Mc-Hill Interamericana, DF, México.
- CFE** (1983). *Conducciones a Presión, Tomo 2.3, Hidrotecnia.* Comisión Federal de Electricidad. Instituto de Investigaciones Eléctricas, Manual de Obras Civiles, D.F., México.
- Fox, R.W., Pritchard, P.J. and A.T. McDonald** (2006). *Introduction To Fluid Mechanics, 6th ed.* John Wiley & Son Inc., USA.
- Hendrix, M.H.W., Liang, X., Breugem, W.P., R.A.W.M. Henkes** (2017). Characterization of the pressure loss coefficient using a building block approach with application to by-pass pigs. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 150, 13-21.
- Miller, D.S.** (1978). *Internal flow systems. 2nd ed.* BHRA (information services), UK.
- Mott, R.L.** (2006). *Mecánica de Fluidos.* Pearson Educación, México.
- Munson, B.R., Young, D.F. and T.H. Okiishi** (1998). *Fundamentals of Fluid Mechanics. 3rd ed.* John Wiley & Son, New York, USA.
- Pinho, F.T., Oliveira, P.J. and J.P. Miranda** (2003). "Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion". *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24, 747-761.
- Rend, R.R., Sparrow, E.M., Bettenhausen, D.W. and J.P. Abraham** (2013). "Parasitic pressure losses in diffusers and in their downstream piping systems for fluid flow and heat transfer". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 61, 56-61.
- Sabersky, R.H., Acosta, A.J. and E.G. Hauptmann** (1999). *Fluid Flow, a first course in fluid mechanics. 4th ed.* Prentice-Hall, Inc., USA.
- Sotelo, A.G.** (2013). *Hidráulica General. Vol. 1,* LIMUSA, D.F., México.
- Streeter, V.L.** (1961). *Handbook of Fluid Dynamics.* McGraw-Hill, New York, USA.

Streeter, V.L., Wylie, E.B. and K.B. Bedford (2000). *Mecánica de fluidos. 9ª ed.* Mc Graw-Hill Internacional SA, Bogotá, Colombia.

Trueba, C.S. (1986). *Hidráulica. 23ª ed.* Cia. Editorial Continental SA de CV., México

USACE (1980). *Engineering and Design, Hydraulic Design of Reservoir Outlet.* Department of the Army, Corps of Engineers, Washington, DC, USA.

USBR (1985). *Diseño de Presas Pequeñas, 13ª ed.* United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Compañía Editorial Continental, SA de CV, D.F., México.

Yildirim, G. and V.P. Singh (2010). "A MathCAD procedure for commercial pipeline hydraulic design considering local energy losses". *Journal Advances in Engineering Software*, 41, 489-496.