

Expresiones analíticas del coeficiente de pérdida K para la ampliación brusca ó gradual del diámetro

J.J. Villegas-León, A.A. López-Lambraño, A.A. López-Ramos, C. Fuentes & M. López-Lambraño

To cite this article: J.J. Villegas-León, A.A. López-Lambraño, A.A. López-Ramos, C. Fuentes & M. López-Lambraño (2018) Expresiones analíticas del coeficiente de pérdida K para la ampliación brusca ó gradual del diámetro, Ribagua, 5:2, 128-142, DOI: [10.1080/23863781.2018.1524281](https://doi.org/10.1080/23863781.2018.1524281)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/23863781.2018.1524281>



© 2018 The Author(s). Published by Informa UK Limited, trading as Taylor & Francis Group on behalf of the International Association for Hydro-Environment Engineering and Research (IAHR).



Published online: 07 Nov 2018.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 648



View Crossmark data [↗](#)

Expresiones analíticas del coeficiente de pérdida K para la ampliación brusca ó gradual del diámetro

J.J. Villegas-León^{a,b}, A.A. López-Lambrano^{a,b,c}, A.A. López-Ramos^d, C. Fuentes^e and M. López-Lambrano^f

^aFacultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Baja California (UABC), Mexicali, Baja California, México.; ^bFacultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, UABC, Ensenada, México; ^cHidrus S.A. de C.V., México.; ^dEscuela de Ingeniería y Arquitectura, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Pontificia Bolivariana, Montería, Córdoba, Colombia; ^eInstituto Mexicano de Tecnología del Agua, Progreso, Jiutepec, Morelos, México; ^fUniversidad del Norte, Barranquilla, Colombia

RESUMEN

Este trabajo obtiene expresiones analíticas para calcular el coeficiente de pérdida (K), para expansiones súbitas ó graduales de diámetro, operando bajo presión. La revisión de la literatura mostró que los métodos típicamente utilizados para evaluar la pérdida de energía en estos dispositivos no sólo proporcionan coeficientes diferentes; sino que también requiere manipular fórmulas, tablas y gráficos. Utilizando los métodos proporcionados en la literatura, determinamos los valores medios para el coeficiente local de pérdida, ajustado por regresiones lineales múltiples, para obtener una ecuación representativa para cada caso estudiado.

Analytical expression of the loss coefficient K for sudden or gradual expansions in diameter

ABSTRACT

In this paper, we obtained the analytical expressions for calculating the coefficient of loss (K) with either sudden or gradual expansions in diameter, operating under pressure. The literature review showed that the methods typically used to evaluate the loss of energy in these devices not only provide different coefficients, but also require manipulating formulas, tables and graphs. Using the methods provided in the literature, we determined the mean values for the local coefficient of loss, adjusted by multiple linear regressions, to obtain a representative equation for each studied case.

PALABRAS CLAVE

Coefficiente de pérdidas; diámetro del tubo; dinámica de fluidos; energía hidráulica; modelación hidráulica; velocidad del agua

KEYWORDS

Loss coefficient; fluid dynamics; hydraulic energy; hydraulic modeling; pipe diameter; water speed

1. Introducción

En el aprovechamiento y manejo de la energía hidráulica, es decir, la energía potencial y energía cinética que adquiere el fluido (Nasir, 2014; Yuce & Miratoglu, 2015), es vital cuantificar la energía que se disipa o se transforma en energía no aprovechable (Herwig & Wenterodt, 2011), a la cual se le denomina pérdida de energía o pérdida de carga (Schmandt, Iyer, & Herwig, 2014). Los trabajos previos Villegas-León et al. (2015, 2016) realizan un aporte al tema, presentando expresiones analíticas del coeficiente de pérdida de energía (K) en dispositivos de reducción brusca o gradual del diámetro, y en dispositivos de cambio de dirección brusco y gradual, respectivamente. Dichas expresiones fueron propuestas a partir de resultados experimentales reportados en la literatura, facilitando la estimación de las pérdidas de energía que ocurren en estos dispositivos. Ahora y de forma análoga, en la presente investigación

proponemos nuevas expresiones analíticas, con la diferencia esencial siendo que permiten estimar el coeficiente de pérdidas en dispositivos de ampliación brusca o gradual basado en el diámetro, bajo el fundamento de resultados divulgados en la literatura para este fin; y que además, son corroboradas ante resultados de investigaciones de laboratorio.

En los proyectos hidráulicos es muy habitual la utilización de dispositivos de ampliación del diámetro para la construcción de las conducciones de agua que operan a presión o bajo régimen forzado (Rend, Sparrow, Bettenhausen, & Abraham, 2013; Bae & Kim, 2014). Entre las diferentes aplicaciones se pueden citar, entre otras: líneas de conducción en plantas industriales (Anaya-Durand, Cauch-Segovia, Funabazama-Barcenas, & Gracia-Medrano-Bravo, 2014), redes internas de distribución en centrales geotérmicas (Maria, 2000),

CONTACT López-Lambrano ✉ altoti@gmail.com 📧 Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Universidad Autónoma de Baja California, carretera transpeninsular Tijuana-Ensenada, #3917, Colonia Playitas, Ensenada, Baja California, México, C.P. 22860

© 2018 The Author(s). Published by Informa UK Limited, trading as Taylor & Francis Group on behalf of the International Association for Hydro-Environment Engineering and Research (IAHR). This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

conductos de centrales hidroeléctricas (Elbatran, Yaacob, Ahmeda, & Shabara, 2015), redes de distribución de agua a poblaciones (Yildirim & Singh, 2010) y sistemas de irrigación (Sesma, Molina-Martinez, Cavas-Martinez, & Fernandez-Pacheco, 2015). Esta explotación soporta la importancia de la presente investigación, la cual reside en agilizar la estimación del coeficiente de pérdidas de energía (K) en dispositivos cuando hay planes para ampliación del diámetro.

Los dispositivos de ampliación del diámetro provocan pérdidas de energía hidráulica, al igual que cualquier otro dispositivo que perturba u obstruya el flujo, a las cuales se les denomina (entre otros) pérdidas locales (Fuentes & Rosales, 2004). El estudio de las pérdidas de energía en los dispositivos se divide en ampliación brusca y ampliación gradual (Figura 1). Cuando el fluido circula por una ampliación brusca, repentinamente se incrementa su diámetro y la velocidad de circulación disminuye drásticamente al distribuirse el flujo en un conducto de mayor área, dando lugar a la formación de vórtices de las aguas abajo de la ampliación, los cuales son más severos en las esquinas del conducto ampliado (Pinho, Oliveira, & Miranda, 2003). En contraste, si es una ampliación gradual, el fluido es encausado suavemente hacia un área mayor, disminuyendo gradualmente la velocidad del flujo y produciendo menor cantidad de vórtices, lo cual repercute en una menor pérdida de energía que la condición brusca (Cengel & Cimbala, 2006).

La continua investigación de las pérdidas de energía que provocan los dispositivos de ampliación del diámetro indica el interés que persiste sobre estas transiciones de las conducciones hidráulicas. En Rend et al. (2003) se realizó un estudio matemático para determinar la pérdida de presión (pérdida de energía) que ocurre en un modelo físico de una ampliación gradual de tubería, considerando las siguientes condiciones: flujos de aguas arriba del dispositivo con números de Reynolds de 500 a 50 000, relaciones de diámetro mayor-menor de 2 a 4, y ángulos de ampliación de 2° a 30° . Se encontró que las pérdidas de presión incrementan uniformemente al aumentar el

ángulo de ampliación; además que en forma general para un ángulo de ampliación dado, los valores de pérdida de presión decrecen al aumentar el número de Reynolds, los cuales tienden a nivelarse horizontalmente, conforme aumenta más el número de Reynolds. Bae & Kim (2014) investigaron numéricamente con el software Fluent 2,0 de Dinámica de Fluidos Computacional, sobre las pérdidas que se producen en una expansión súbita-axisimétrica con chaflán, cuando circula por ésta flujo turbulento; se proponen nuevas correlaciones del coeficiente de pérdidas para las condiciones de número de Reynolds de 30 000, ángulo de expansión del chaflán hasta 45° y relaciones de área mayor-área menor del chaflán de 2,0 a 6,0.

Por otro lado, Pinho et al. (2003) investigaron sobre la pérdida de presión en flujo laminar no newtoniano a través de una ampliación súbita-aximétrica, con una relación de diámetros de 1,0 a 2,6, la cual se remite al estudio del coeficiente de pérdidas de energía. Encontraron que para bajos números de Reynolds, el coeficiente de pérdidas incrementa más del 100%, cuando el índice de potencia de la ley de potencia de viscosidad (n) varía entre 1,0 y 0,2; mientras que para altos números de Reynolds, el coeficiente de pérdidas decrece más del 50%. Aunque este trabajo se enfoca en flujo laminar, la importancia sobre el tema radica en el esfuerzo por evaluar el comportamiento del coeficiente de pérdidas de energía en una ampliación súbita bajo diferentes relaciones de diámetros. Binding, Phillips, P. & Phillips, T. (2006) realizaron un estudio numérico para estimar la pérdida de energía a través de contracciones, expansiones y combinaciones de éstas, utilizando un fluido Oldroyd-B (densidad del fluido más disolvente de 1400 kg/m^3 , viscosidad total de $10 \text{ Pa}\cdot\text{s}$). Tuvieron interés particular en el efecto de la relación del disolvente al parámetro de viscosidad total, sobre el perfil del gradiente de presión y sobre las longitudes de desarrollo de la entrada y salida; se presentan resultados para ciertos aspectos relacionados con la cinemática del flujo, con el fin de ilustrar la relación entre el campo de presión y el campo de flujo resultante.

No obstante que en la literatura se encuentran investigaciones significativas, no se ha establecido un valor

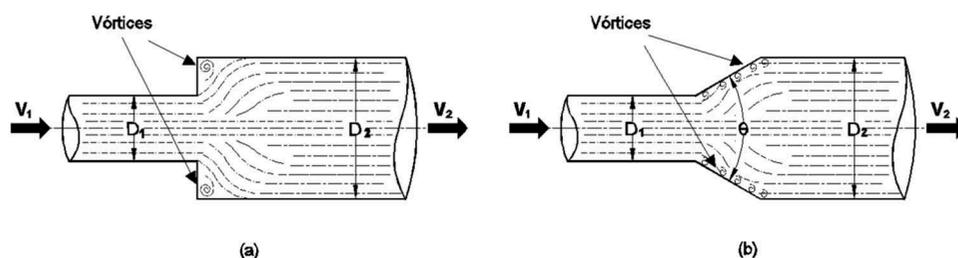


Figura 1. Esquema representativo de los parámetros que gobiernan la obtención del coeficiente K y el comportamiento del flujo circulante en: a) Una ampliación brusca del diámetro, b) Una ampliación gradual del diámetro. V_1 y V_2 son las velocidades promedio; D_1 y D_2 son los diámetros del conducto menor y mayor, respectivamente; θ es el ángulo de la ampliación del diámetro.

común o estándar del coeficiente K para emplear en dispositivos de ampliación brusca ó gradual del diámetro. Utilizando una metodología u otra, se obtienen valores distintos de dicho coeficiente, lo cual es una elección incierta para un principiante, donde se pueden obtener valores sobreestimados o subestimados del coeficiente K . Además, las metodologías que se emplean tradicionalmente exigen explorar y analizar gráficos y tablas con resultados experimentales, incrementando la labor del proceso de diseño y comprobación hidráulica de los sistemas.

Frente a esta eventualidad, en la investigación actual se obtuvieron formulaciones matemáticas que permitían determinar un valor promedio del coeficiente K para los dispositivos bajo tratamiento, partiendo de metodologías ampliamente utilizadas. Se obtuvieron curvas de valores promedio para el coeficiente de pérdidas K en cada caso estudiado, utilizando modelos de regresiones lineales múltiples, los cuales permitieron calcular el valor de K sin necesidad de examinar tablas y gráficos. Además, se presentan resultados de pérdidas de energía medidas en laboratorio, los cuales muestran un comportamiento congruente con el obtenido usando las formulaciones propuestas.

2. Pérdidas de energía en ampliaciones

Basándose en la literatura especializada en el tema como Yildirim & Singh (2010); el US Army Corps of Engineers (USACE o Cuerpo de ingenieros del estado de los EUA) (1980); Streeter, Wylie, & Bedford (2000); y Sabersky, Acosta, y Hauptmann (1999); Bariviera, Frizzone, & Rettore (2013); Mott (2006); y el US Department of the Interior, Bureau of Reclamation (USBR o Departamento del Interior de los EUA, Oficina de Reclamos) (1985); entre otros, el estudio de las pérdidas de energía en dispositivos de ampliación del diámetro se clasifica en: ampliación brusca y ampliación gradual. Ellos también exponen que de forma general, las pérdidas de energía locales se determinan mediante la ecuación (1), la cual es:

$$h_L = K \frac{V_1^2}{2g} \quad (1)$$

donde h_L es la pérdida de carga (m); V_1 es la velocidad media del flujo (m/s), que para dispositivos de ampliación del diámetro se debe considerar la circulante en el conducto de menor diámetro (m/s); g es la aceleración de la gravedad (m/s^2); K es el *coeficiente de pérdidas* del dispositivo (adimensional), que se obtiene mediante tablas y gráficos provenientes de resultados experimentales y que a menudo se conjugan con

ecuaciones empíricas. Esta información se encuentra en libros, manuales o documentos referentes al tema, donde su valor es dependiente de parámetros geométricos del dispositivo (Bae & Kim, 2014).

Por otro lado, también se han propuesto formulaciones analíticas fundadas en el análisis unidimensional del fenómeno que se desarrolla en cada dispositivo. Para el caso de la ampliación brusca, se cita a continuación el teorema de Borda-Carnot. Figura 1(a) presenta el esquema de una ampliación brusca del diámetro, donde se ilustra que el sentido del flujo es horizontal, de izquierda a derecha, de una sección menor (1) a una sección mayor (2). En acorde con Azevedo & Acosta (1976); Chadwick & Morfett (1998), y Fernandez (1999), al aplicar el teorema de Bernoulli entre las dos secciones, se tiene que la ecuación (2) es:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L \quad (2)$$

donde P_1 , V_1 y Z_1 son la presión, velocidad media y altura de referencia al eje en el conducto menor, respectivamente; P_2 , V_2 y Z_2 , son la presión, velocidad media y altura de referencia al eje en el conducto ampliado, respectivamente; γ es el peso específico del fluido; g es la fuerza de gravedad; h_L es la pérdida de energía entre sección (1) y (2). Como $Z_1 = Z_2$, la pérdida de energía resulta ser ecuación (3):

$$h_L = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} + \left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \right) \quad (3)$$

Ahora, si se aplica el teorema de cantidad de movimiento en dirección del flujo, la sumatoria de las fuerzas aplicadas al volumen de control debe ser igual al cambio de la cantidad de movimiento, entonces se tiene que (ecuación (4)):

$$\sum F_x = \frac{Q\gamma}{g}(V_2 - V_1) \quad (4)$$

De la sección 1 a la sección 2 la velocidad disminuye; y por lo tanto la presión aumenta, sin embargo, se ha demostrado experimentalmente que en la parte inicial de la ampliación todavía actúa la misma velocidad y presión que en la sección 1 (Fernandez, 1999). De esta manera, la sumatoria de las fuerzas aplicadas al volumen de control resulta en ecuación (5):

$$\sum F_x = P_1A_1 + P_1(A_2 - A_1) - P_2A_2 \quad (5)$$

O también ecuación (6),

$$\sum F_x = A_2(P_1 - P_2) \quad (6)$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 4, se obtiene la ecuación (7):

$$A_2(P_1 - P_2) = \frac{Q \gamma}{g} (V_2 - V_1) \quad (7)$$

Considerando que $Q = V_2 A_2$, la ecuación anterior resulta en ecuación (8):

$$A_2(P_1 - P_2) = \frac{V_2 A_2 \gamma}{g} (V_2 - V_1) \quad (8)$$

O también ecuación (9),

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{V_2}{g} (V_2 - V_1) \quad (9)$$

Si se multiplica y divide por 2 el término de la derecha de la ecuación (9) y se sustituye en la diferencia de cargas de presión de la ecuación (3), la pérdida de energía queda dada por la ecuación (10):

$$h_L = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} + \frac{2V_2(V_2 - V_1)}{2g} \quad (10)$$

O también ecuación (11),

$$h_L = \frac{V_1^2 - 2V_1V_2 + V_2^2}{2g} \quad (11)$$

Finalmente la pérdida de energía en una ampliación brusca se obtiene por la ecuación (12):

$$h_L = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (12)$$

La ecuación (12) es reconocida en el área como el teorema de Borda-Carnot, que establece que en una ampliación brusca de sección de tubo, se genera una pérdida de energía medida por la altura cinética, correspondiente a la pérdida de velocidad del flujo. Si se expresa dicha ecuación en función de las propiedades geométricas y de la velocidad en el conducto menor, aplicando la ecuación de continuidad, se tiene que:

$$h_L = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (13)$$

Al comparar esta ecuación (13) con la ecuación general (1), se obtiene la siguiente relación para el coeficiente de pérdidas de la ampliación brusca (ecuación 14):

$$K = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \quad (14)$$

Por otra parte, tomando el caso de la ampliación gradual del diámetro (Figura 2b), Franzini & Finnemore (1999); Larock, Jeppson, & Watters (2000); Mays (2001); y Potter & Wiggert (2002), establecen que de acuerdo al teorema de Borda-Carnot en la pérdida de energía de estos dispositivos, se integra una pérdida debida a la fricción del flujo con las paredes de la longitud del cono de la ampliación. Por lo tanto, la pérdida de energía total se resume en la siguiente expresión (ecuación 15):

$$h_L = f \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \quad (15)$$

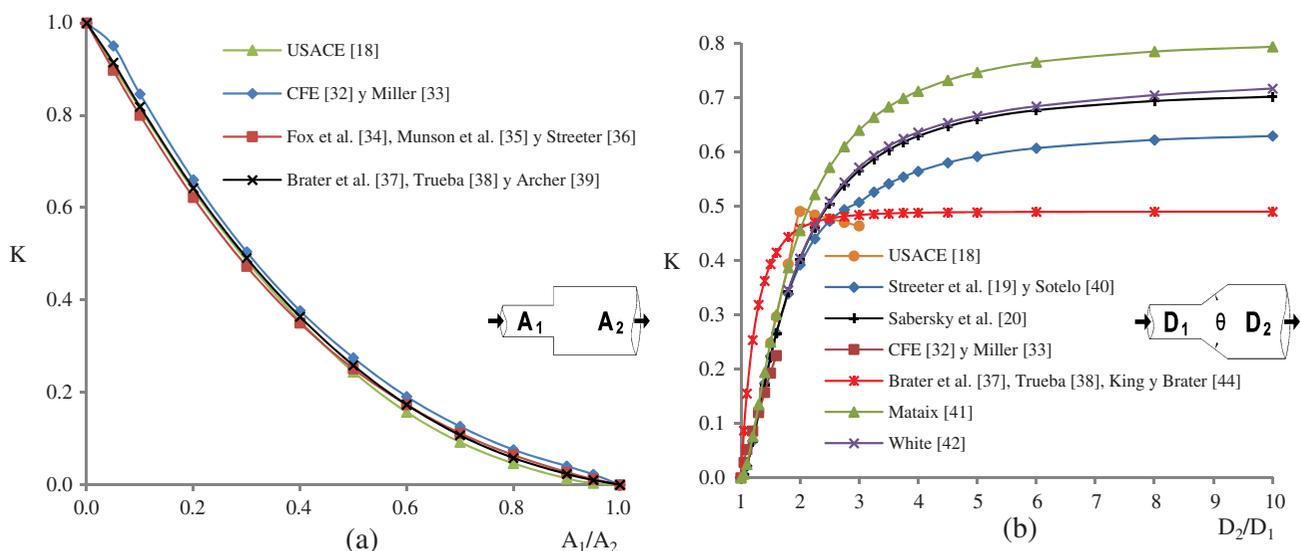


Figura 2. Valores estimados del coeficiente K de dispositivos de ampliación del diámetro, utilizando los métodos de la literatura indicada. (a) en ampliaciones bruscas, de acuerdo a la relación del área menor respecto a la mayor (A_1/A_2). (b) en ampliaciones graduales, cuando el ángulo de ampliación (θ) es de 30° y se tiene una variación en la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor del dispositivo (D_2/D_1).

donde f es un factor que depende del ángulo de la ampliación (θ). Si esta ecuación se asocia con la ecuación general (1), se obtiene la siguiente relación para el coeficiente de pérdidas de la ampliación gradual (ecuación (16)):

$$K = f \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \quad (16)$$

Entonces, de acuerdo al teorema de Borda-Carnot, el coeficiente de pérdidas para una ampliación brusca o gradual del diámetro, se estima utilizando la ecuación (14) y ecuación (16), respectivamente.

Sin embargo, al realizar una revisión crítica de las consideraciones adoptadas en la formulación del teorema de Borda-Carnot, se obtienen las siguientes observaciones (Kindsvater, 1961):

- (1) Se contempla el desarrollo de flujo uniforme en ambos lados de la ampliación, el cual no lo es para una distancia considerable de aguas abajo de la expansión;
- (2) Para el caso de la ampliación brusca, no se toma en cuenta la fuerza tangencial debida al esfuerzo cortante límite, despreciándose la rugosidad de las paredes del dispositivo y por consiguiente, la resistencia al flujo;
- (3) Al efectuar el análisis unidimensional de la energía y cantidad de movimiento del flujo, no se considera que aguas abajo de la ampliación la distribución de velocidades no sea uniforme;
- (4) Por lo tanto, no hay un fundamento físico para admitir que la pérdida de energía total en estos dispositivos pueda ser separada en componentes independientes, incurriendo solo en resultados aproximados que podrían estar lejos de los valores reales. Ante esta circunstancia, se han realizado diversos estudios experimentales para evaluar el coeficiente de pérdidas K de los dispositivos bajo estudio, los cuales se han reportado en documentos de la literatura como los que se citan en la siguiente sección.

3. Datos experimentales del coeficiente de pérdidas

Se realizó una revisión de la literatura, donde se seleccionaron las metodologías que se emplean tradicionalmente para obtener el coeficiente de pérdidas de la ampliación brusca y gradual del diámetro, las cuales exigen la utilización de gráficos y tablas con resultados experimentales.

Conforme a la literatura, la estimación del coeficiente K para la ampliación brusca del diámetro se puede efectuar de la forma siguiente: USACE (1980); La Comisión Federal de Electricidad (CFE) (1983), Miller (1978); y Fox, Pritchard, & McDonald (2006); así como Munson, Young, & Okiishi (1998); y Streeter (1961), establecen que el coeficiente de pérdidas se determine por medio de un gráfico, donde está en función de la relación del área del conducto menor con respecto al área del conducto mayor (A_1/A_2). En Brater, King, Lindell, & Wei (1996), y Trueba (1986), se considera la ecuación (17) de Archer (1913) para calcular las pérdidas de energía originadas por este tipo de accesorio, la cual tiene la particularidad de estar en función de la velocidad del flujo en ambos diámetros, como se expone a continuación, en la ecuación (17):

$$h_{AB} = \frac{(V_1 - V_2)^{1.919}}{2g} \quad (17)$$

donde h_{AB} es la pérdida de energía por ampliación brusca del diámetro (m); V_1 es la velocidad media en el conducto menor (m/s); V_2 es la velocidad media en el conducto mayor (m/s). A partir de esta expresión, tanto Brater et al. (1996) como Trueba (1986) presentan una tabla con varios valores del coeficiente K para utilizarse en la ecuación (1), en función de la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor (D_2/D_1) y de la velocidad media del agua por el conducto de menor diámetro.

Por otra parte, para estimar el coeficiente K de una ampliación gradual del diámetro, en CFE (1983) y en Miller (1978) se dice que el coeficiente se estima mediante un gráfico, el cual está gobernado por la relación del área del conducto menor con respecto al área del conducto mayor (A_1/A_2), y por la relación de la longitud del cono de transición con respecto al radio del conducto menor (N/R_1). Basándose en USACE (1980), el valor de K se determina usando un gráfico, donde se encuentra el valor regido por la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor (D_2/D_1) y por el ángulo de ampliación (θ). De acuerdo con Streeter et al. (2000) y Sotelo (2013), se dice que el coeficiente de pérdidas de este tipo de ampliación se determina mediante la ecuación (18), como sigue:

$$K = C_a \left(\frac{A_1}{A_2} - 1 \right)^2 \quad (18)$$

donde K es el coeficiente de pérdidas del accesorio (adimensional); A_2 es el área del conducto mayor (m^2); A_1 es el área del conducto menor (m^2); C_a es un factor del accesorio (sin dimensiones) que se estima mediante un gráfico, donde está regido por el ángulo

de ampliación (θ) y por la relación del diámetro mayor con respecto al menor (D_2/D_1).

En Mataix (2010) se expone que el coeficiente de pérdidas se obtiene con la ecuación (19), la cual se presenta a continuación:

$$K = m \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2 \quad (19)$$

donde K es el coeficiente de pérdidas (adimensional); D_1 es el diámetro menor (m); D_2 es el diámetro del conducto mayor (m); m es un factor del accesorio (sin dimensiones) que se estima del uso de una tabulación, donde depende del ángulo de la ampliación (θ). De acuerdo con White (2008), el coeficiente de pérdidas se estima empleando un gráfico con curvas de ajuste que resultan del método de Gibson (1910), donde está gobernado por el ángulo de ampliación (θ) y por la relación del diámetro menor con respecto al diámetro mayor (D_1/D_2). Brater et al. (1996), Trueba (1986), así como King & Brater (1981) recomiendan tabulaciones con valores similares del coeficiente de pérdidas K , que son resultados de las pérdidas de energía computadas con la ecuación (20) de Parker (1925), la cual se escribe como sigue:

$$h_{AG} = f \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \quad (20)$$

donde h_{AG} es la pérdida de energía por ampliación gradual del diámetro (m); f es un coeficiente empírico que se estima de valores tabulados, donde depende del ángulo de ampliación. Por último, en acuerdo con Sabersky et al. (1999), el coeficiente K se estima utilizando la ecuación (21), que se denota como sigue:

$$K = K_2 \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \quad (21)$$

donde K es el coeficiente de pérdidas (adimensional); y K_2 es un factor sin dimensiones que se determina con el uso de un gráfico de Henry (1944), el cual depende del ángulo de ampliación.

Figura 2(a) ilustra valores de K para la ampliación brusca, que surgen de emplear los métodos de USACE (1980); CFE (1983); Miller (1978); Fox et al. (2006); Munson et al. (1998); Streeter (1961); Brater et al. (1996); Trueba (1986); y Archer (1913). Por otra parte, en la Figura 2(b) se presentan valores del coeficiente K para dispositivos de ampliación gradual, que son obtenidos mediante los métodos de USACE (1980); Streeter et al. (2000); Sabersky et al. (1999); CFE (1983); Miller (1978); Brater et al. (1996); Trueba (1986); Sotelo (2013); Mataix (2010); White (2008); y King & Brater (1981). En

dichas figuras, se puede corroborar que empleando un método u otro se obtienen valores distintos del coeficiente de pérdidas, los cuales son más erráticos en la condición gradual, donde se observa una mayor discrepancia en los valores de K , dados para una misma relación de D_2/D_1 . En Figura 2(a), la máxima diferencia es de 5,6%, partiendo de la relación $A_1/A_2 = 0,05$; dicha diferencia se produce del valor de K estimado con técnicas tanto de CFE (1983) como Miller (1978), con respecto al determinado por medio de Fox et al. (2006); Munson et al. (1998); y Streeter (1961). En comparación, en la Figura 2(b), la máxima diferencia es de 38,3% cuando $D_2/D_1 = 10$, la cual se origina entre el valor de K obtenido por medio de Mataix (2010) y el estimado mediante técnicas de Brater et al. (1996); Trueba (1986); y King & Brater (1981).

4. Estimación y discusión del coeficiente K

Para seleccionar el modelo correspondiente a la expresión analítica que permite estimar el valor del coeficiente de pérdidas K en los dispositivos en estudio, se consideró aquel modelo de ajuste que presentara un coeficiente de determinación aproximado a la unidad, y que a su vez, tuviera la mayor simplicidad o menor orden posible, permitiendo así obtener el valor del coeficiente de pérdidas con la mayor facilidad y confiabilidad posible. Para ello se empleó la eliminación del ensayo y error, mediante la automatización de distintos métodos de regresión lineal (Systat Software, 2017), lo cual facilitó la tarea de obtener polinomios fraccionarios con un alto coeficiente de determinación y más sencillos que los resultantes de la regresión polinomial convencional Royston & Altman (1994).

4.1 Ampliación brusca del diámetro

Para la estimación del coeficiente de pérdidas en la ampliación del diámetro de manera brusca, se seleccionaron los métodos que se establecen en USACE (1980); CFE (1983); Miller (1978); Fox et al. (2006); Munson et al. (1998); Streeter (1961); Brater et al. (1996); Trueba (1986), y Archer (1913), en los cuales se utilizan tablas y gráficos que en ocasiones se conjugan con ecuaciones para obtener el coeficiente, en función de la relación de áreas o de diámetros del dispositivo. Mediante cada método se obtuvieron valores del coeficiente K para una relación de áreas A_1/A_2 desde 0 a 1, luego se estimaron valores promedio, los cuales se denotan por K_{AB} . En la Figura 3(a) se exhiben estos resultados, en los cuales se observa la variabilidad del coeficiente K entre un método y otro para una misma relación de áreas, así como el comportamiento de los

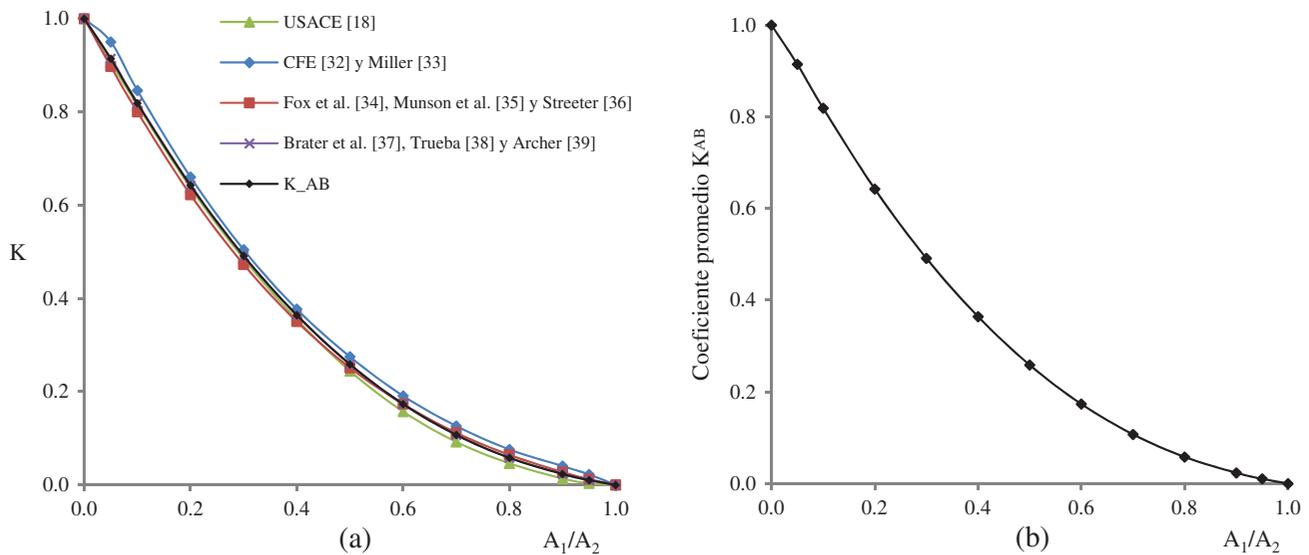


Figura 3. (a) Curvas del coeficiente K para una ampliación brusca del diámetro, de acuerdo a la variación de la relación A_1/A_2 . La curva de K_{AB} es la representativa de los valores promedio (K_{AB}). (b) La curva de ajuste a los valores del coeficiente K_{AB} , de acuerdo a la variación de la relación A_1/A_2 .

valores promedio. La máxima diferencia sobre los valores de K_{AB} es de 3,8%, cuando se tiene una relación $A_1/A_2 = 0,05$. Dicha diferencia se obtiene al comparar los valores de K estimados mediante CFE (1983), y Miller (1978).

Al utilizar los valores de K_{AB} , se trabajó con una regresión lineal múltiple, donde se seleccionó la curva de ajuste que se presenta en la Figura 3(b), y su ecuación es la propuesta para estimar el coeficiente de pérdidas de este dispositivo, la cual se escribe en la forma de ecuación (22).

$$K_{AB} = a + b \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^{0.5} + c \left(\frac{A_1}{A_2} \right) + d \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 + e \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^3 \quad (22)$$

donde K_{AB} es el coeficiente promedio de pérdidas para una ampliación brusca del diámetro de la tubería del agua; a , b , c , d y e , son los coeficientes cuyos valores se presentan en la Tabla 1; A_1/A_2 es la relación del área del conductor/tubería de agua menor con respecto al área del conducto mayor. A partir de la Figura 3(b), encontramos que la ecuación (22) es válida para el rango de valores desde $0 < A_1/A_2 < 1$ para obtener un

Tabla 1. Valores de los coeficientes de la ecuación (22).

a	b	c	d	E
0,99906174	0,13856654	-2,4035102	1,6373483	-0,37144824

coeficiente de determinación (r^2) de 0,999 sobre los valores promedio.

4.2 Ampliación gradual del diámetro de la tubería para agua

En el caso de los dispositivos de ampliación gradual del diámetro, para estimar el coeficiente de pérdidas se analizaron los métodos expuestos en USACE (1980); Streeter et al. (2000); Sabersky et al. (1999); CFE (1983); Miller (1978); Brater et al. (1996); Trueba (1986); Sotelo (2013); Mataix (2010); White (2008); y King & Brater (1981); con los cuales se procedió de forma similar a los dispositivos de ampliación brusca del diámetro de tubo.

Para obtener la expresión que estima el valor del coeficiente de pérdidas (K_{AG}), se realizaron ocho clasificaciones del mismo. En primer lugar, se determinaron los valores promedio denotados como K_{AG1} , donde la relación de diámetros D_2/D_1 toma valores de 1 a 10 y se presenta un ángulo θ de 5° . Con análogo proceder para la misma relación de diámetros, se determinaron los valores promedio del coeficiente de pérdidas, cuando se tiene un ángulo θ de 10, 20, 30, 40, 60, 80 y 90° , los cuales se denotan como K_{AG2} , K_{AG3} , K_{AG4} , K_{AG5} , K_{AG6} , K_{AG7} y K_{AG8} ; respectivamente.

La Figura 4(a) ilustra el comportamiento de los valores resultantes para las ocho clasificaciones de K_{AG} , donde cabe destacar que la máxima diferencia es de 79%, cuando la relación $D_2/D_1 = 10$, la cual se obtiene entre el valor de K_{AG1} ($\theta = 5^\circ$) y el valor de

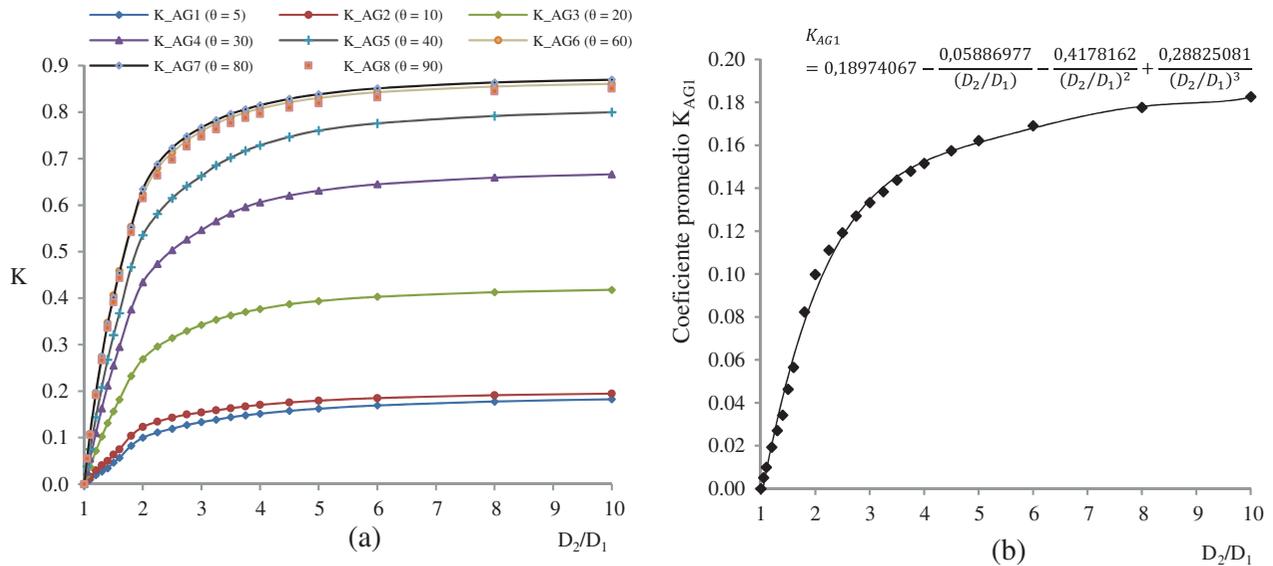


Figura 4. (a) Curvas de valores promedio del coeficiente K_{AG} para diferentes valores del ángulo θ , en función a la relación de diámetros D_2/D_1 . (b) Curva de ajuste para los valores promedio del coeficiente K_{AG1} ($\theta = 5^\circ$), en función a la relación D_2/D_1 .

K_{AG7} ($\theta = 80^\circ$). Posteriormente, se emplearon modelos de regresiones lineales múltiples para obtener una curva de ajuste y su respectiva ecuación para las clasificaciones de K_{AG} establecidas anteriormente. En la Figura 4(b) se muestra el modelo obtenido para K_{AG1} y su respectiva ecuación.

La ecuación (23) es la expresión general para cualquier clasificación del coeficiente K_{AG} , la cual está dada por:

$$K_{AG} = \beta_1 + \frac{\beta_2}{(D_2/D_1)} + \frac{\beta_3}{(D_2/D_1)^2} + \frac{\beta_4}{(D_2/D_1)^3} \quad (23)$$

donde K_{AG} es el coeficiente de pérdidas de una ampliación gradual del diámetro; D_2/D_1 es el valor de la relación del diámetro mayor con respecto al diámetro menor del dispositivo; $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ son coeficientes que dependen del valor del ángulo θ , es decir, de cada clasificación del coeficiente K_{AG} .

Debido a que los coeficientes $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ y β_4 varían de acuerdo a la magnitud del ángulo θ , se obtuvo una curva de ajuste para los valores de cada uno de ellos. La ecuación (24) es el modelo general de la curva de ajuste a los valores de dichos coeficientes:

$$\beta_n = a_n + b_n \theta^{0.5} + c_n \theta + d_n \theta^2 + e_n \theta^{2.5} \quad (24)$$

donde $\beta_n, a_n, b_n, c_n, d_n, e_n$ son coeficientes cuyos valores se exponen en la Tabla 2, conforme a la variación de n_1^4 .

Al considerar la ecuación (24), la ecuación (23) adopta la siguiente estructura:

$$K_{AG} = a_1 + b_1 \theta^{0.5} + c_1 \theta + d_1 \theta^2 + e_1 \theta^{2.5} + \frac{a_2 + b_2 \theta^{0.5} + c_2 \theta + d_2 \theta^2 + e_2 \theta^{2.5}}{(D_2/D_1)} + \frac{a_3 + b_3 \theta^{0.5} + c_3 \theta + d_3 \theta^2 + e_3 \theta^{2.5}}{(D_2/D_1)^2} + \frac{a_4 + b_4 \theta^{0.5} + c_4 \theta + d_4 \theta^2 + e_4 \theta^{2.5}}{(D_2/D_1)^3} \quad (25)$$

donde K_{AG} es el coeficiente de pérdidas de una ampliación gradual del diámetro (adimensional) de la tubería de agua. A partir de las Figuras 4(a, b), la ecuación (25) es válida para los rangos de valores $1 < D_2/D_1 \leq 10$ y $5^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ para obtener un coeficiente de determinación (r^2) de 0,997 sobre los valores promedio.

5. Aplicación de las expresiones y resultados medidos en laboratorio

En esta sección se presentan los casos 1, 2, 3 y 4, con la finalidad de ilustrar la utilidad y practicidad de las ecuaciones (22) y (25) en la estimación de valores del coeficiente K , los cuales son reemplazados en la ecuación (1) para obtener las pérdidas de energía en los dispositivos bajo estudio. Dichas pérdidas son comparadas con lo investigado en el laboratorio mediante el modelo Gunt Hamburg

Tabla 2. Valores de los coeficientes indicados en las ecuaciones (24) y (25)

N	β_n	a_n	b_n	c_n	d_n	e_n
1	β_1	1,31221530	-0,94719809	0,21212720	-0,00304461	0,00018315
2	β_2	-0,92042755	0,64549086	-0,12629261	0,00233113	-0,00015997
3	β_3	-1,91863640	1,39516460	-0,34315859	0,00466959	-0,00026776
4	β_4	1,51712240	-1,08444060	0,25534820	-0,00392553	0,00024268

HM112 (2016) y el modelo Armfield F1-21 (2012); así como también, ante las pérdidas estimadas a partir de valores del coeficiente K reportados en catálogos técnicos de fabricantes Vinidex (2017), en los análisis numéricos (Rend et al., 2013) y en las metodologías experimentales siguientes: USACE (1980); Streeter et al. (2000); Sabersky et al. (1999); CFE (1983); Miller (1978); Fox et al. (2006); Munson et al. (1998); Streeter (1961); Archer (1913); Brater et al. (1996); Trueba (1986); Sotelo (2013); Mataix (2010); White (2008); y King & Brater (1981).

En la investigación realizada con el modelo Gunt Hamburg HM-112 (2016), se evaluaron las pérdidas de energía en una ampliación brusca con diámetros yendo del $D_1 = 17$ mm al $D_2 = 28,6$ mm, utilizando una tubería de PVC con altura de rugosidad $\epsilon = 0,001$ mm. Las tuberías de entrada y salida del flujo presentaron longitudes de $28D_1$ y $31D_2$, respectivamente. Las pruebas se llevaron a cabo mediante flujos de agua con carga constante y temperaturas entre 35 y 40 °C, que generaron números de Reynolds en el conducto D_1 en un rango de $0,58 \times 10^4 \leq Re_1 \leq 5,4 \times 10^4$. Para cada ensayo se obtuvieron las alturas de presión de aguas cuesta arriba y aguas cuesta abajo del dispositivo, a distancias aproximadas de $3D_1$ y $4D_2$,

respectivamente. Con ello se estimaron las pérdidas de energía del dispositivo, aplicando la ecuación (3) y restando la pérdida por fricción en las tuberías de longitudes $3D_1$ y $4D_2$, las cuales también se evaluaron en el laboratorio. A partir de la información obtenida en esta investigación, se realizaron comparaciones en los dos casos siguientes:

Caso 1: Para la prueba de laboratorio realizada en el modelo hidráulico Gunt Hamburg HM-112 (2016), se suministraron 16 caudales que comprendían un rango de $0,056 \leq Q \leq 0,472$ lt/s, de acuerdo a las especificaciones técnicas del modelo. A partir de estos se estimaron las pérdidas de energía en una ampliación brusca del diámetro, tomando como relación de áreas $A_1/A_2 = 0,35$. Considerando dichos caudales y la relación de áreas, también se evaluaron las pérdidas de energía a partir de los valores del coeficiente K estimados mediante la ecuación (22), catálogos técnicos, y metodologías provenientes de la literatura. En la Figura 5(a) se expone un contraste de los resultados de pérdidas de energía obtenidas conforme a la variación de los caudales.

Caso 2. En este caso, se trabajó con un caudal de 0,182 lt/s en el modelo Gunt Hamburg HM-112 (2016),

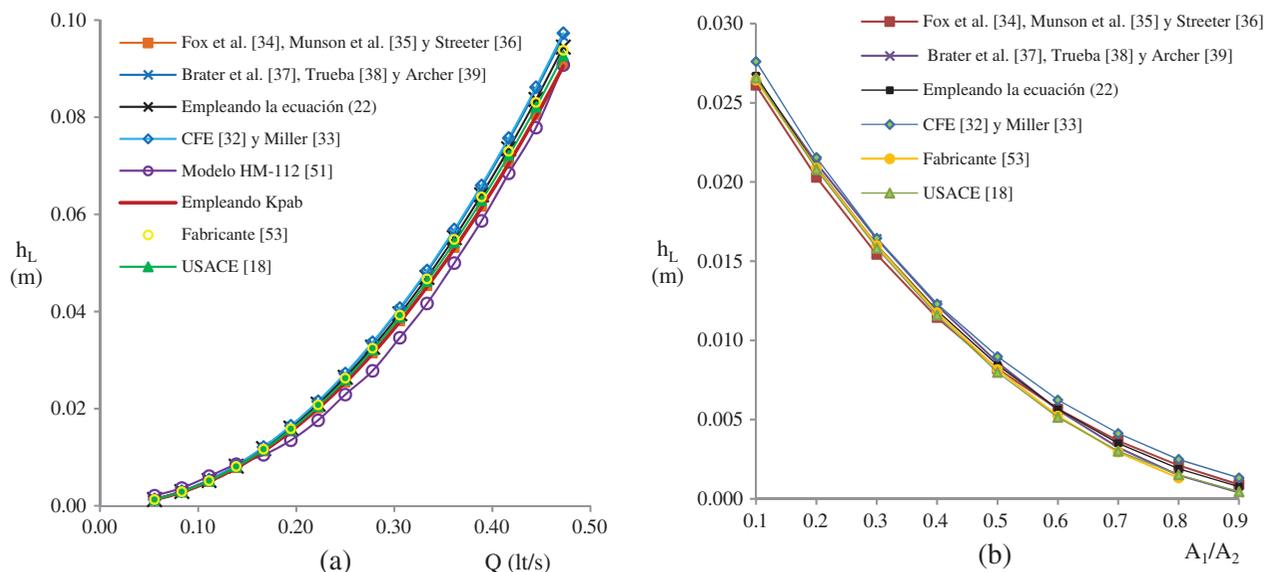


Figura 5. Comportamiento de las pérdidas ocasionadas por la ampliación brusca del diámetro: a) estimadas a partir de los métodos y alineamientos indicados en el Caso 1, conforme varía el caudal circulante para una relación de áreas $A_1/A_2 = 0,35$; b) evaluadas a partir de los métodos e indicaciones expuestas en el Caso 2, de acuerdo a la variación de la relación de áreas para un caudal de 0,182 lt/s.

produciendo una velocidad media del flujo de 0,80 m/s en el conducto menor (D_1) de ampliación brusca de la tubería. Tomando en consideración dicha velocidad y asumiendo que en el dispositivo en estudio se producen relaciones de áreas en un rango de $0,1 \leq A_1/A_2 \leq 0,9$, se obtuvieron los valores de pérdidas de energía a partir de cada coeficiente K estimado mediante la ecuación (22), catálogos técnicos y las metodologías de la literatura mencionadas anteriormente. La Figura 5(b) muestra una comparación de resultados obtenidos para pérdidas de energía en función de la relación de áreas.

En la Figura 5(a) se puede notar la variabilidad de las pérdidas de energía conforme se incrementa el caudal circulante para una misma relación de áreas, aplicando los métodos indicados para obtener el coeficiente K . También permite apreciar la baja discrepancia de las pérdidas de energía obtenidas mediante un método u otro, en relación a las estimadas a partir de los valores del coeficiente K del fabricante (Vinidex, 2017); sin embargo, la diferencia será más evidente en proporción a la cantidad de los dispositivos instalados en un sistema hidráulico. Cabe destacar que las pérdidas de energía estimadas a partir de los valores del coeficiente K calculados con la ecuación (22), tienden al promedio de las pérdidas máximas y mínimas obtenidas mediante las metodologías experimentales que dieron origen a dicha ecuación. Además, se muestra que las mayores pérdidas de energía se obtuvieron en la investigación de laboratorio cuando $Q \leq 0.139$ lt/s, y a partir de los valores del coeficiente K estimados con el método de CFE (1983) y Miller (1978), cuando $Q > 0.139$ lt/s; mientras que las menores pérdidas resultaron a partir de los valores del coeficiente K estimados con el método de USACE (1980) y también, mediante la investigación con el modelo Gunt Hamburg HM-112 (2016), cuando $Q \leq 0.139$ lt/s y $Q > 0.139$ lt/s, respectivamente. Por otro lado, se ve que las pérdidas investigadas en laboratorio mantienen un comportamiento similar a las pérdidas obtenidas con valores de K estimados mediante la ecuación (22), con métodos de la literatura y obtenidas en los catálogos de fabricantes. No obstante, utilizando la ecuación (22) se obtuvo una buena aproximación con las pérdidas de energía investigadas en el laboratorio, resultando en una máxima diferencia entre estas, de 6,8% para un caudal de 0,444 lt/s. Dicha desigualdad, así como la ligera discordancia en el comportamiento de las pérdidas de energía conforme a la variación del caudal, puede deberse a que en las pruebas de laboratorio se presentaron variaciones de temperatura y velocidad del flujo, incurriendo en cambios de la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas

viscosas del fluido (R_e); parámetro físico que no es considerado para estimar el coeficiente de pérdidas en los métodos de la literatura y catálogos de fabricantes. Entonces, en acorde a los resultados de laboratorio, se puede inferir que el coeficiente de pérdidas de la ampliación brusca evoluciona conforme al número de Reynolds. Ahora, esto se puede ratificar, excluyendo dicha relación con el valor de R_e , mediante un coeficiente de pérdidas de promedio ponderado sobre el número de Reynolds (K_{pab}). Finalmente, la curva roja representa el comportamiento de las pérdidas de energía obtenidas con el coeficiente K_{pab} , el cual exhibe un proceder análogo a las demás curvas, excluyendo las pérdidas obtenidas con el modelo Gunt Hamburg HM-112 (2016). Con ello, la diferencia sobre las pérdidas estimadas a partir de los valores del coeficiente K calculados con la ecuación (22), se redujo a 4.1% para el caudal dado, de 0,444 lt/s.

El efecto de la relación de áreas (A_1/A_2) en las pérdidas de energía que ocurren por ampliación brusca del diámetro de los tubos de conducción de agua se ilustra en la Figura 5(b), donde se puede notar que las pérdidas aumentan al decrecer dicha relación, debido a que se incrementa la perturbación del flujo por el encausamiento del flujo a un ensanchamiento cada vez más drástico. Además, permite apreciar la baja discrepancia de las pérdidas de energía obtenidas mediante un método u otro; sin embargo, la desigualdad será más clara en proporción al número de dispositivos que contenga un sistema hidráulico. También, se ilustra claramente que las pérdidas de energía estimadas utilizando los valores del coeficiente K obtenidos con la ecuación (22), sostienen una tendencia a la media, dentro de las que resultan con las metodologías experimentales que le dieron origen, descartando así, el obtener valores sobreestimados o subestimados de las pérdidas de energía.

Por otro lado, se pueden distinguir los métodos que estiman los valores mayores y menores de pérdidas de energía. Las mayores pérdidas se obtienen utilizando el método de CFE (1983) y de Miller (1978) para cualquier relación de áreas; mientras que las menores pérdidas se estiman con el método de Fox et al. (2006), Munson et al. (1998) y Streeter (1961), cuando la relación de áreas está en el rango de $0,1 \leq A_1/A_2 \leq 0,4$; pero si la relación de áreas vale $0,4 < A_1/A_2 \leq 0,9$, entonces las menores pérdidas se estiman con el método de USACE (1980). Finalmente, cabe destacar que la máxima diferencia en las pérdidas energía estimadas a partir de los valores del coeficiente K son calculados mediante la ecuación (22), y se produjo respecto a las pérdidas obtenidas con CFE (1983) y Miller (1978), resultando en el 3,9% cuando la relación de áreas es $A_1/A_2 = 0,1$.

Por otra parte, las pérdidas de energía que producen una ampliación gradual fueron investigadas mediante el modelo Armfield F1-21 (2012), utilizando un dispositivo con ángulo de ampliación de 14° y diámetros $D_1 = 15$ mm y $D_2 = 31,75$ mm. Dicho dispositivo, así como las tuberías utilizadas, fueron hechas de PVC con una altura de rugosidad $\varepsilon = 0,001$ mm. La tubería aguas arriba del dispositivo presentó una longitud de $22D_1$, mientras que la tubería de aguas abajo tuvo una longitud de $5D_2$. Las pruebas se llevaron a cabo mediante flujos de agua con una carga constante y temperaturas entre 19 y 20 °C, produciendo números de Reynolds en el conducto de agua D_1 en un rango de $0,79 \times 10^4 \leq Re_1 \leq 3,16 \times 10^4$. Para cada ensayo, se estimaron las alturas de presión al inicio y al final del dispositivo, permitiendo obtener las pérdidas de energía mediante la ecuación (3). A partir de la información obtenida en esta investigación, se realizan comparaciones en los dos casos siguientes:

Caso 3: Se realizaron pruebas de laboratorio con el modelo Armfield F1-21 (2012), donde se suministraron 8 caudales con un rango de $0,095 \leq Q \leq 0,377$ lt/s, obteniendo las pérdidas de energía por una ampliación gradual de la tubería con una relación de diámetros $D_2/D_1 = 2,1$ y ángulo de ampliación de 14° . Considerando dichos caudales y las características geométricas del dispositivo, también se determinaron las pérdidas de energía a partir de los valores del coeficiente K estimados mediante la ecuación (25), catálogos técnicos y metodologías de la literatura. De la misma forma se obtuvieron las pérdidas de energía, utilizando un

coeficiente de pérdida promedio sobre el número de Reynolds, el cual se estimó a partir del análisis numérico de Rend et al. (2013). En la Figura 6(a) se expone un contraste de resultados de pérdidas de energía obtenidas, conforme a la variación de los caudales suministrados.

Caso 4: En este caso, se abasteció un caudal de $0,363$ lt/s en el modelo Armfield F1-21 (2012), mediante el cual se produjo una velocidad media del flujo de $2,05$ m/s, dentro del conducto menor (D_1) de la ampliación gradual de la tubería. Tomando dicha velocidad y asumiendo que en la ampliación de 14° se presentan relaciones de diámetros en un rango de $1,1 \leq D_2/D_1 \leq 8,0$, se obtuvieron pérdidas de energía a partir de los valores del coeficiente K estimados mediante la ecuación (25), catálogos técnicos y metodologías de la literatura. Además, de igual manera se determinaron las pérdidas de energía, utilizando coeficientes de pérdida promedio sobre el número de Reynolds, los cuales se estimaron a partir del análisis numérico de Rend et al. (2013). En la Figura 6(b) se presenta una comparación de los resultados obtenidos para pérdidas de energía en función de la relación de diámetros.

En la Figura 6(a) se puede apreciar la variabilidad de las pérdidas de energía en acorde al cambio del caudal circulante, las cuales son obtenidas a partir de valores del coeficiente K estimados mediante los métodos indicados; dichas pérdidas son más erráticas que las evaluadas para la ampliación brusca (Figura 5a), presentando mayor diferencias entre sí a medida que aumenta el caudal, debido a que es proporcional a la

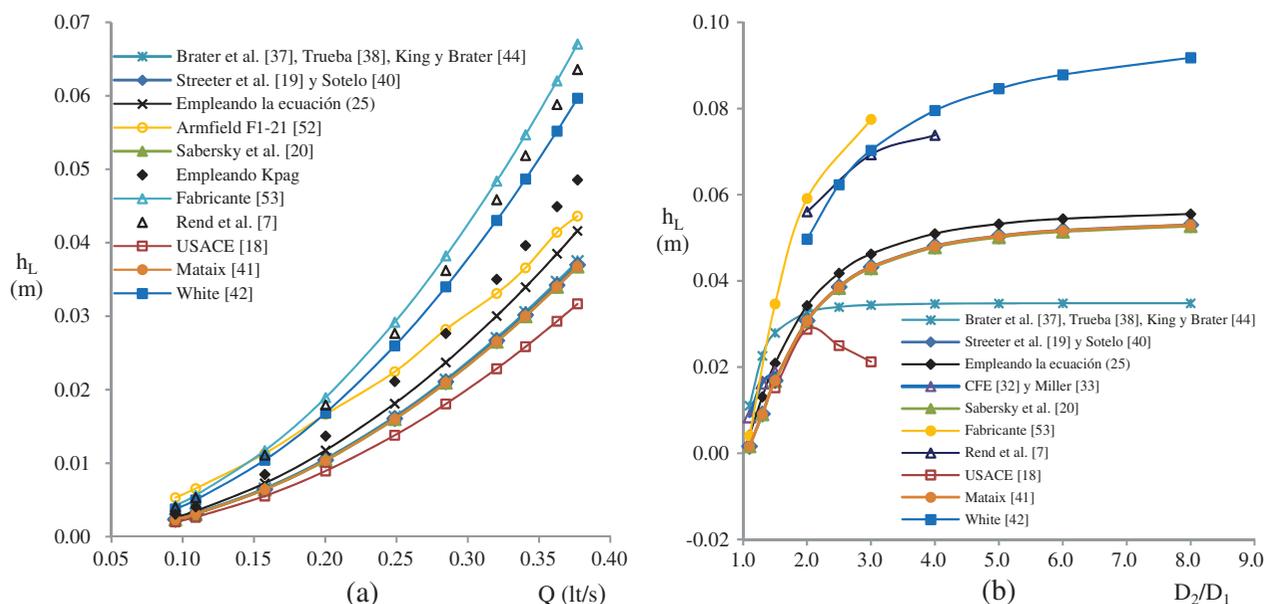


Figura 6. Comportamiento de las pérdidas generadas por la ampliación gradual del diámetro: a) estimadas a partir de los métodos y alineamientos indicados en el Caso 3, conforme variación del caudal circulante; b) obtenidas contemplando los métodos y alineamientos expuestos en el Caso 4, en función de la relación de diámetros.

carga de velocidad en la ecuación (1), donde el valor del coeficiente K es constante. También permite notar la similitud de las pérdidas estimadas a partir de los valores de K obtenidos con los métodos de Streeter et al. (2000); Sabersky et al. (1999); Brater et al. (1996); Trueba (1986); Sotelo (2013); Mataix (2010); y King & Brater (1981). Además, se muestra claramente que las pérdidas obtenidas a partir de los valores del coeficiente K calculados con la ecuación (25), presentan afinidad al promedio de las pérdidas máximas y mínimas estimadas mediante las metodologías experimentales que le dieron origen a dicha ecuación; con ello se evita obtener valores sobreestimados o subestimados de las pérdidas por ampliación gradual.

Por otro lado, se observa que las mayores pérdidas de energía se obtuvieron con el modelo Armfield F1-21 (2012) y a partir de los valores de K dados por el fabricante (Vinidex, 2013), cuando $Q < 0,158$ lt/s y $Q \geq 0,158$ lt/s, respectivamente. Asimismo, se visualiza que para cualquier caudal, las menores pérdidas de energía resultan cuando se usa el método de USACE (1980) para obtener el valor del coeficiente K . Cabe destacar que las pérdidas investigadas en el laboratorio tienden hacia el promedio de todos los valores de pérdidas exhibidos para un $Q \geq 0,25$ lt/s, donde se inclinan hacia las pérdidas obtenidas a partir de los valores de K estimados con la ecuación (25), presentando una diferencia mínima de 4,5% para un caudal de 0,377 lt/s. Sin embargo, para un $Q < 0,25$ lt/s, las pérdidas obtenidas en el laboratorio son más congruentes con las pérdidas evaluadas a partir de los valores de K estimados con Rend et al. (2013), White (2008) y los catálogos de fabricantes (Vinidex, 2013).

Esta variación de magnitud y tendencia de tener las pérdidas de energía investigadas con el modelo Armfield F1-21 (2012), puede ser también originada por los cambios efectuados en los ensayos según la temperatura y velocidad del flujo, incidiendo en el valor de R_e . Al igual que el dispositivo de la condición del flujo de agua brusco, mediante los resultados de laboratorio se encontró que el coeficiente de pérdidas de la ampliación gradual varía conforme al valor de R_e , el cual no es considerado para estimar el coeficiente de pérdidas en los métodos de la literatura y catálogos de fabricantes.

Esto se puede corroborar eliminando la dependencia sobre el valor de R_e , mediante un coeficiente de pérdidas de un promedio ponderado sobre el número de Reynolds (K_{pag}). En la figura bajo análisis, se ilustra claramente que la curva descrita por las pérdidas obtenidas con el coeficiente K_{pag} persigue un comportamiento análogo al resto de las curvas, tendiendo al promedio de todos los valores de pérdidas expuestos. También, puede verse que para valores de $Q \leq 0,20$ lt/s

se obtienen valores de pérdidas cercanos a las estimadas a partir de los valores del coeficiente K calculados con la ecuación (22), mientras que para valores de $Q > 0,20$ lt/s, la diferencia aumenta hasta 14,2% con el caudal máximo utilizado.

Por último, en la Figura 6(b) se puede notar el comportamiento de las pérdidas de energía en función a la variación de la relación de diámetros, las cuales fueron estimadas a partir de los valores del coeficiente K obtenidos mediante los métodos indicados; sin embargo, en general dichas pérdidas muestran más afinidad cuando la relación $D_2/D_1 \leq 1,5$; solo los valores de pérdidas de energía que presentan una semejanza para cualquier relación de diámetros, son los estimados contemplando los métodos de Streeter et al. (2000); Sabersky et al. (1999); Sotelo [40]; y Mataix (2010). También, permite apreciar que los valores mayores de pérdidas de energía se obtuvieron a partir de los valores del coeficiente K dados por el fabricante Armfield (2012) para un rango de la relación de diámetros de $1,5 \leq D_2/D_1 \leq 3,0$; y también con el método de White (2008) cuando la relación $D_2/D_1 > 3,0$. Así mismo, se visualiza que las menores pérdidas de energía resultaron cuando se estimó el coeficiente de pérdidas usando el método de USACE (1980) para una relación de diámetros $D_2/D_1 \leq 3,0$; y utilizando el método de Brater et al. (1996); Trueba (1986); y King & Brater (1981), cuando la relación $D_2/D_1 > 3,0$.

Finalmente, se observa que a medida que incrementa la relación D_2/D_1 , también aumenta el rango entre las pérdidas máximas y mínimas evaluadas. Sin embargo, cabe señalar que las pérdidas obtenidas a partir de los valores del coeficiente K estimados con la ecuación (25), tienden hacia el promedio de todas las pérdidas mostradas. La máxima diferencia se presentó para la relación $D_2/D_1 = 8,0$, la cual resultó ser de 39,5% ante las pérdidas estimadas, considerando el método White (2008).

6. Conclusiones

Mediante la revisión de literatura se encontró que las metodologías empleadas habitualmente para estimar el valor del coeficiente K en los dispositivos estudiados, exigen la utilización de gráficos y tablas, proporcionando entre sí valores diferentes del coeficiente de pérdidas. Empleando una metodología u otra, los valores del coeficiente K resultaron más desiguales en la ampliación gradual, mostrando más afinidad para la ampliación brusca.

A partir de los valores del coeficiente K explícitos en las metodologías analizadas, se obtuvieron expresiones analíticas que permiten estimar los valores promedio

del coeficiente de pérdidas para ampliaciones bruscas y graduales del diámetro del conducto de agua, con una confiabilidad (r^2) de 0,999 y 0,997, respectivamente. Estas expresiones resultan de gran apoyo para un principiante en la temática, al cubrir la incógnita de cuál metodología emplear entre todas ellas, contemplando sus resultados dentro del valor promedio que proporcionan las expresiones (22) y (25).

En la expresión propuesta para la ampliación brusca, solo se requiere el valor de la relación de áreas A_1/A_2 , en tanto que la expresión propuesta para la ampliación gradual requiere solo el valor del ángulo de la ampliación y de la relación de los diámetros D_2/D_1 . Con ello, en los casos de estudio dichas expresiones manifestaron ser útiles y prácticas para obtener el coeficiente K de los dispositivos, en comparación con las metodologías tradicionales. Esto certifica el beneficio y la sencillez de dichas ecuaciones para usarlas en el diseño y comprobación del comportamiento hidráulico de los conductos de agua forzados, evitando la manipulación de tablas y gráficos.

En los casos de aplicación se demostró que utilizando las ecuaciones propuestas (22) y (25), en conjunto con la ecuación (1), se obtienen pérdidas de energía con tendencia a la media sobre las estimadas con las metodologías tradicionales y catálogos técnicos de fabricantes. Además, la efectividad de dichas ecuaciones también se corroboró ante las pérdidas de energía investigadas en el laboratorio. En el caso de la ampliación brusca, se obtuvo mejor congruencia, presentándose una diferencia máxima de 6.8% con el caudal de 0,472 lt/s; mientras que en la condición gradual, se obtuvo mejor correlación a medida que incrementaba el caudal, produciéndose una diferencia del 4.5% para el flujo máximo utilizado.

Ante todo lo anterior, exhortamos que las ecuaciones (22) y (25) sean empleadas para su finalidad en cualquier escenario en que cumpla con su rango de validez, así como el ser programadas en algoritmos computacionales que impliquen el análisis y modelación de las pérdidas de energía en distintos sistemas hidráulicos, tales como: obras de toma, líneas de aducción y conducción, redes de distribución de agua potable, sistemas de irrigación, centrales hidroeléctricas, conductos, tubería o redes en plantas geotérmicas, entre otras; simplificando la tarea para la obtención de las pérdidas de energía en dichos sistemas. Una aplicación clara sería incluirlas en el código fuente de un *software* como el EPANET, debido a que requieren ingresarle manualmente el valor del coeficiente de pérdidas de cada dispositivo; y de esta manera, permitirá ahorrar tiempo en el ingreso de dichos valores, ya que los sistemas hidráulicos típicamente contienen múltiples dispositivos.

Finalmente, como trabajo futuro se podrían obtener expresiones analíticas que estimen el valor del coeficiente de pérdidas K , tomando en consideración el número de Reynolds, además de la relación de A_1/A_2 para la ampliación brusca, así como la relación D_2/D_1 y ángulo de ampliación para la ampliación gradual.

Nomenclatura

A continuación se exponen los símbolos empleados en el presente artículo, indicando sus respectivas unidades:

A_1 : área del conducto menor en un dispositivo de ampliación del diámetro (m^2);

A_2 : área del conducto mayor en un dispositivo de ampliación del diámetro (m^2);

a, b, c, d, e : coeficientes de la ecuación (22);

C_a : factor de una ampliación gradual del diámetro (adimensional), que depende de θ y D_2/D_1 ;

D_1 : diámetro del conducto/tubo menor en un dispositivo de ampliación del diámetro (m);

D_2 : diámetro del conducto/tubo mayor en un dispositivo de ampliación del diámetro (m);

f : coeficiente de ampliación gradual del diámetro (adimensional), que depende de θ ;

g : aceleración de la gravedad (m/s^2);

h_L : pérdidas de energía locales (m);

h_{AB} : pérdida de energía por ampliación brusca del diámetro (m);

h_{AG} : pérdida de energía por ampliación gradual del diámetro (m);

K : coeficiente de pérdidas de energía en dispositivos de ampliación del diámetro (adimensional);

K_{AB} : coeficiente de pérdidas de energía propuesto para una ampliación brusca del diámetro (adimensional);

K_{AG} : coeficiente de pérdidas de energía propuesto para ampliación gradual del diámetro (adimensional);

$K_{AG1}, K_{AG2}, K_{AG3}, K_{AG4}, K_{AG5}, K_{AG6}, K_{AG7}, K_{AG8}$: coeficientes promedio de pérdidas de energía para la ampliación gradual, cuando θ es de $5^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ y 90° , respectivamente;

K_{ab} : coeficiente de pérdidas de energía para la ampliación brusca del diámetro (adimensional), estimado a partir de los resultados de laboratorio;

K_{ag} : coeficiente de pérdidas de energía para la ampliación gradual del diámetro (adimensional), estimado a partir de los resultados de laboratorio;

K_{pab} : coeficiente de pérdidas promedio estimado a partir de los valores de K_{ab} (adimensional);

K_{pag} : coeficiente de pérdidas promedio estimado a partir de los valores de K_{ag} (adimensional);

K_2 : factor de una ampliación gradual del diámetro (adimensional), el cual depende de θ ;

m : factor de una ampliación gradual del diámetro (adimensional), que depende de θ ;

N : longitud del cono de transición de la ampliación gradual (m);

n : índice de potencia de la ley de potencia de viscosidad (%);

Q : caudal circulante (lt/s);

R_c : número de Reynolds (adimensional);
 R_{e1} : número de Reynolds en el conducto de una sección menor de la ampliación del diámetro (adimensional);
 R_1 : radio del conducto menor de la ampliación gradual (m);
 r^2 : coeficiente de determinación;
 V_1 : velocidad promedio del flujo en el conducto menor de una ampliación del diámetro (m/s);
 V_2 : velocidad promedio del flujo en el conducto mayor de una ampliación del diámetro (m/s);
 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$: coeficientes de la ecuación (23), que dependen del ángulo θ ;
 $\beta_n, a_n, b_n, c_n, d_n, e_n$: coeficientes de la ecuación (24), que varían conforme al valor del subíndice n ; y
 θ : ángulo de la ampliación gradual del diámetro (grados).

Referencias

- Archer, W. H. (1913). Loss of head due to enlargements in pipes. [Pérdida de cabeza debido a ensanchamiento de tubería] *Transactions ASCE*, 76, 999–1026.
- Armfield (2012). Flow Meter Demonstration F1-21. *Armfield Inc.*, 5: 1–24.
- Azevedo, J. M., & Acosta, G. (1976). *Manual de hidráulica* (6th ed.). DF, México: Editorial Harla.
- Bae, Y., Kim, Y. (2014). Prediction of local loss coefficient for turbulent flow in axisymmetric sudden expansions with a chamber: Effect of Reynolds number. *Journal Annals of Nuclear Energy*, 73, 33–38.
- Bariviera, D., Frizzone, J. A., & Rettore, N. O. (2013). Dimensional analysis approach to estimate local head losses in microirrigation connectors. *Journal Irrigation Science*, 32(3), 169–179.
- Binding, D. M., Phillips, P. M., Phillips, T. N. (2006). Contraction/expansion flows: The pressure drop and related issues. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 137, 31–38.
- Brater, E. F., King, H. W., Lindell, J. E., & Wei, C. Y. (1996). *Handbook of hydraulics*. USA: McGraw-Hill.
- Cengel, Y. A., & Cimbala, J. M. (2006). *Mecánica de fluidos, fundamentos y aplicaciones*. DF, México: Editorial McGraw-Hill Interamericana.
- Chadwick, A., & Morfett, J. (1998). *Hydraulics in civil and environmental engineering* (3rd ed.). New York: E & FN Spon.
- Comisión Federal de Electricidad (CFE) (1983). *Manual de obras civiles*, Tomo 2.3 *Conducciones a Presión*. DF, México: Instituto de Investigaciones Eléctricas.
- Elbatran, A. H., Yaakob, O. B., Ahmeda, Y. M., & Shabara, H. M. (2015). Operation, performance and economic analysis of low head micro-hydropower turbines for rural and remote areas: A review. *Journal of Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 43, 40–50.
- Fernández, B. (1999). *Introducción a la mecánica de fluidos* (2nd ed.). DF, México: Editorial Alfaomega.
- Fox, R. W., Pritchard, P. J., & McDonald, A. T. (2006). *Introduction to fluid mechanics*. USA: John Wiley & Son.
- Franzini, J. B., & Finnemore, E. J. (1999). *Mecánica de fluidos, con aplicaciones en ingeniería*. Madrid: Editorial Mc Graw-Hill.
- Fuentes, O. A., & Rosales, I. L. (2004). Estimación de pérdidas locales de energía en tomas domiciliarias de agua potable. *Ingeniería Hidráulica en México*, 19(1), 65–73.
- Gibson, A. H. (1910). On the flow of water through pipes and passages. *Proceedings of the Royal Society, Series A*, 83, 336–378.
- Gunt Hamburg HM-112, (2016). *Banco de ensayos de mecánica de fluidos*. Barsbüttel, Alemania: G.U.N.T. Gerätebau. 917,000 00 A 112 22 (A), 1–74.
- Henry, J. R. (1944). *Design of power-plant installations. Pressure-loss characteristics of duct components*. USA: NACA.
- Herwig, H., & Wenterodt, T. (2011). Second law analysis of momentum and heat transfer in unit operations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54, 1323–1330.
- Kindsvater, C. E. (1961). Energy losses associated with abrupt enlargements in pipes. *Geological Survey, River Hydraulics*, 1369-B, 53–75.
- King, W. H., & Brater, E. F. (1981). *Manual de hidráulica*. DF, México: UTEHA.
- Larock, B. E., Jeppson, R. W., & Watters, G. Z. (2000). *Hydraulics of pipeline systems*. FL, USA: CRC Press.
- Mallah, M.H., Soorchi, H., & Jooybari, T. F. (2012). Development of empirical equation for analcime in the treatment of nuclear waste. *Annals of Nuclear Energy*, 47, 140–145.
- Maria, F. D. (2000). Design and off design pipe network geothermal power plant analysis with power pipe simulator. *J Energy Conversion & Management*, 41(12), 1223–1235.
- Mataix, C. (2010). *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*. México: Editorial Alfaomega.
- Mays, L. W. (2001). *Water resources engineering* (1st ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Miller, D. S. (1978). *Internal flow systems*. UK: BHRA information services.
- Mott, R. L. (2006). *Mecánica de fluidos*. México: Pearson Educación.
- Munson, B. R., Young, D. F., & Okiishi, T. H. (1998). *Fundamentals of fluid mechanics*. New York: John Wiley & Son.
- Nasir, B. A. (2014). Design considerations of micro-hydro-electric power plant. *Journal of Energy Procedia*, 50, 19–29.
- Parker, P. M. (1925). *The control of water*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Pinho, F. T., Oliveira, P. J., & Miranda, J. P. (2003). Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24, 747–761.
- Potter, M. C., & Wiggert, D. C. (2002). *Mecánica de fluidos* (3rd ed.). México: Editorial International Thomson Editores.
- Ramos, A. (2015). Expresiones analíticas del coeficiente de pérdidas de energía en dispositivos de reducción del diámetro bajo régimen forzado. *Revista de Ingeniería*, 43, 24–31.
- Regier, M. D., & Parker, R. D. (2015). Smoothing using fractional polynomials: An alternative to polynomials and splines in applied research. *WIREs Comput Stat*, 7, 275–283.

- Rend, R. R., Sparrow, E. M., Bettenhausen, D. W., & Abraham, J. P. (2013). Parasitic pressure losses in diffusers and in their downstream piping systems for fluid flow and heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 61, 56–61.
- Royston, P., & Altman, D. G. (1994). Regression using fractional polynomials of continuous covariates: Parsimonious Parametric Modelling. *Appl Statist*, 43(3), 429–467.
- Sabersky, R. H., Acosta, A. J., & Hauptmann, E. G. (1999). *Fluid flow, a first course in fluid mechanics*. USA: Prentice-Hall.
- Schmandt, B., Iyer, V., & Herwig, H. (2014). Determination of head change coefficients for dividing and combining junctions: A method based on the second law of thermodynamics. *Chemical Engineering Science*, 111, 191–202.
- Sesma, J., Molina-Martínez, J. M., Cavas-Martínez, F., & Fernández-Pacheco, D. G. (2015). A mobile application to calculate optimum drip irrigation laterals. *J Agricultural Water Management*, 151, 13–18.
- Sotelo, A. G. (2013). *Hidráulica general*. DF, México: LIMUSA.
- Streeter, V. L. (1961). *Handbook of fluid dynamics*. New York: McGraw-Hill.
- Streeter, V. L., Wylie, E. B., & Bedford, K. B. (2000). *Mecánica de fluidos*. Bogotá, Colombia: McGraw-Hill Internacional SA.
- Systat Software Inc. *TableCurve 2D*. Consultado 23 February 2017 en <http://www.sigmaplot.co.uk/products/tablecurve2d/tablecurve2d.php>
- Trueba, C. S. (1986). *Hidráulica* (23rd ed.). México: Cia. Editorial Continental.
- US Army Corps of Engineers (USACE). (1980). *Hydraulic Design of Reservoir Outlet*. Washington, DC: USACE. Consultado 28 junio 2016 en http://www.publications.usace.army.mil/Portals/76/Publications/EngineerManuals/EM_1110-2-1602.pdf?ver=2013-09-04-161103-333
- US Department of the Interior, Bureau of Reclamation (USBR). (1985). *Diseño de presas pequeñas*. DF, México: Compañía Editorial Continental.
- Villegas-León, J. J., López-Lambraño, A., Morales-Nava, J. G., Pliego-Díaz, M., Fuentes, C., López-Anaya-Durand, A. I., Cauch-Segovia, G. I., Funabazama-Bárceñas, O., & Gracia-Medrano-Bravo, V.A. (2014). Evaluación de ecuaciones de factor de fricción explícito para tuberías. *Revista Mexicana Ingeniería Química*, 25(2), 128–134.
- Villegas-León, J. J., López-Lambraño, A. A., Morales-Nava, J. G., Pliego-Díaz, M., Fuentes, C., & López-Ramos, A. (2016). Equations to determine energy losses in sudden and gradual change of direction. *Recent Advances in Fluid Dynamics with Environmental Applications*, 4, 465–475. Vinidex Pty Ltd. Consultado 15 mayo 2017 en <http://www.vinidex.com.au/technical/fluff-friction-loss-in-uniform-fluid-flow/fluff-manual/>
- White, F. M. (2008). *Mecánica de fluidos* (6th ed.). Madrid: Mc Graw-Hill International.
- Yıldırım, G., & Singh, V. P. (2010). A MathCAD procedure for commercial pipeline hydraulic design considering local energy losses. *Advances in Engineering Software*, 41, 489–496.
- Yuce, M. I., & Muratoglu, A. (2015). Hydrokinetic energy conversion systems: A technology status review. *Journal of Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 43, 72–82.